Propriété : Le groupe symétrique n’est pas abélien si

Démonstration : supposons . Posons

et

Alors on a

et

Donc

Donc n’est pas abélien

Propriété : La signature d’une transposition est -1

Démonstration : Soit une transposition,

Alors

Or puisque , est un entier impair

Donc

Propriété : Le déterminant d’une matrice de taille 2 est

Démonstration : Dans , il n’existe que 2 permutations : et

On a , ce qui implique

Donc ,

On a

Propriété : Soit triangulaire supérieure, alors

Démonstration :

On a

, si alors

Et dans ce cas-là,

Donc dans , il reste les termes provenant de tels que ,

Pour une telle , on a

Puis

Donc en remplaçant dans :

Propriété : Soit ayant 2 colonnes égales, alors

Démonstration : Notons les colonnes de , on suppose qu’il existe tels que . Notons B la matrice obtenue en échangeant et alors

Et

Corollaire : Soit

1. inversible
2. Si inversible,

Démonstration :

«  » : Si est inversible, il existe tel que

Alors et

«  » : Supposons non inversible. Alors les colonnes de sont liées, donc

Lemme : Soient et deux bases de

Alors et ont le même déterminant.

Démonstration :

Notons et . Par la formule du changement de base :

où

D’où